**Примеры решения задач ЕГЭ (Источник – сайт К. Полякова)**

**Задание 2.** Составление таблицы истинности логической функции

Для вычисления значения функции необходимо понимать, как логические операторы записываются на языке программирования; в Python их можно реализовать следующим образом:

∧ конъюнкция and

для языков, где логическое значение True воспринимается как 1, а False – как 0, можно использовать обычное умножение \*

∨ дизъюнкция or

¬ отрицания not()

≡ тождество ==

⊕ строгая дизъюнкция !=

→ импликация – для импликации в python оператора нет, но импликацию можно преобразовать в дизъюнкцию; например, a → b можно записать как ¬a ∨ b, а это в свою очередь записать как not(a) or b, not a or b или a <= b

**Задача 1.**

Логическая функция F задаётся выражением **(*x*∨*y*) ∧ ¬(*y*≡*z*) ∧ ¬*w*.**

На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий **неповторяющиеся строки**. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z, w*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **?** | **?** | **?** | **?** | **F** |
| **1** |  | **1** |  | **1** |
| **0** | **1** |  | **0** | **1** |
|  | **1** | **1** | **0** | **1** |

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Для построения частичной таблицы истинности (всех строк, при которых F=1) можно написать переборную программу на Python

1. перебор выполняем во вложенном цикле:

**for x in 0, 1:**

**for y in 0, 1:**

**for z in 0, 1:**

**for w in 0, 1:**

**# вычисление функции F**

**# вывод (x, y, z, w), если F=1**

1. Запишем нашу функцию на языке программирования:

**F = (x or y) and not(y == z) and not(w)**

1. чтобы выводить не полную таблицу истинности, а только те строки, в которых функция равна 1, добавим условие вывода:

**ifF: # то же самое, что "ifF == True:"**

**print(x, y, z, w)**

Приведём полную программу:

**print('x y z w')**

**for x in 0, 1:**

**for y in 0, 1:**

**for z in 0, 1:**

**for w in 0, 1:**

**F = (x or y) and not(y == z) and not(w)**

**if F:**

**print(x, y, z, w)**

после запуска программы получаем все интересующие нас строки:

**xyzw**

**0 1 0 0**

**1 0 1 0**

**1 1 0 0**

дальше рассуждаем так же, как и в приведённом выше теоретическом решении

Ответ: zyxw.

Задача 2.

Логическая функция F задаётся выражением **((*x*∧ ¬*y*) ∨ (*w*→*z*)) ≡ (*z*≡*x*).**

На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий **неповторяющиеся строки**. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z, w*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **?** | **?** | **?** | **?** | **F** |
|  | **0** | **0** | **1** | **1** |
| **0** | **1** | **0** | **0** | **1** |
| **0** |  |  | **1** | **1** |

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Решение (построение таблицы с помощью программы, Б.С, Михлин)**

print ('x y w z') # заголовок таблицы (в алфавитном порядке)

k = 0, 1 # k - кортежконстант (0 - False, 1 - True)

for x in k:

for y in k:

for w in k:

for z in k:

if (x and not y or (not w or z)) == (z == x):

# можнокороче:

# if (x and not y or (w <= z)) == (z == x):

print(x, y, w, z) # если F = 1

Ответ: zywx

Задача 3.

Логическая функция F задаётся выражением **((*x*∧*y*) ∨ (*y*∧*z*)) ≡ ((*x*→*w*) ∧ (*w*→*z*)).**

На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий **неповторяющиеся строки**. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z, w*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **?** | **?** | **?** | **?** | **F** |
| **0** | **1** | **1** | **1** | **1** |
| **0** | **1** | **0** |  | **1** |
| **0** | **1** | **0** |  | **1** |

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Решение (построение таблицы с помощью программы, Б.С, Михлин)**

print('x y z w') # заголовок таблицы

k = 0, 1 # k - кортежконстант (0 - False, 1 - True)

for x in k:

for y in k:

for z in k:

for w in k:

if (x and y or y and z) == ((not x or w) \

and (not w or z)):

# можнокороче:

# if ( x \* y or y \* z ) == ( x <= w)\*( w <= z):

# '\*' вместо ‘and’

print(x, y, z, w) # если F = 1

Ответ: xwzy.

Задачи:

1. Логическая функция F задаётся выражением ¬(*w* → *z*) ∨ (*x* → *y*) ∨ ¬*x*. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции *F*, содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции *F* соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z*, *w*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **?** | **?** | **?** | **?** | **F** |
| **1** |  |  |  | **0** |
| **0** | **1** | **0** |  | **0** |
|  | **0** |  |  | **0** |

В ответе напишите буквы *x*, *y*, *z*, *w* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: wzyx

1. Логическая функция F задаётся выражением (*y* → *z*) ∧ ¬(*z* ∧ *x*). На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции *F*, содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции *F* соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z*.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **?** | **?** | **?** | **F** |
| **1** |  |  | **1** |
|  |  |  | **1** |
| **1** |  | **1** | **1** |

В ответе напишите буквы *x*, *y*, *z* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: zxy

1. Логическая функция F задаётся выражением (¬*x* → *y*)∧ (¬*y* ≡ *z*)∧ *w*. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции *F*, содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции *F* соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z*, *w*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **?** | **?** | **?** | **?** | **F** |
| **0** |  | **0** |  | **1** |
| **0** |  |  |  | **1** |
|  | **0** |  |  | **1** |

В ответе напишите буквы *x*, *y*, *z*, *w* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: zyxw

**Задание 5. Выполнение и анализ простых алгоритмов.**

**Задача 1.**

*На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.*

*1. Строится двоичная запись числа N.*

*2. К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:*

*а) складываются все цифры двоичной записи числа N, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;*

*б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы её цифр на 2.*

*Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R. Укажите такое наименьшее число N, для которого результат работы данного алгоритма больше числа 77. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.*

**Решение:**

1. Число R > 77, рассматриваем числа N на отрезке (1, 70)
2. Переводим число n в двоичную систему
3. Считаем количество единиц
4. Два раза добавляем остаток от деления k на два (либо 0, либо 1)
5. Переводим в десятичную систему
6. Если R >77 выводим число N; можно поставить break, чтобы не выводить остальные.
7. **программа:**

**for n in range(1,70):**

**s = bin(n)[2:]**

**k = s.count("1")чцчц**

**s += str(k%2)**

**k = s.count("1")**

**s += str(k%2)**

**r = int(s,2)**

**if r > 77:**

**print(n)**

**break**

**Задача 2.** На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.

2) К этой записи дописывается (дублируется) последняя цифра.

3) Затем справа дописывается 0, если в **двоичном коде числа N** чётное число единиц, и 1, если нечётное.

4) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности так, чтобы количество единиц в двоичной записи полученного числа стало чётным.

Полученная таким образом запись (в ней на три разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R. Укажите минимальное число R, большее 80, которое могло получиться в результате работы автомата. В ответе это число запишите в десятичной системе.

**Решение:**

**def alg( x ):**

**s = bin(x)[2:]**

**odd = s.count('1') % 2 == 1**

**s = s + s[-1]**

**if odd:**

**s += '1'**

**else:**

**s += '0'**

**odd = s.count('1') % 2 == 1**

**if odd:**

**s += '1'**

**else:**

**s += '0'**

**return s**

**MAX = 100000**

**mi = 10\*\*10**

**Nmi = 0**

**for N in range(1, MAX):**

**R = int( alg(N), 2 )**

**if R > 80 and R < mi:**

**mi = R**

**Nmi = N**

**print( mi, Nmi )**

Ответ: 95

Задачи:

1. На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N.

2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:

а) если сумма цифр в двоичной записи числа чётная, то к этой записи справа дописывается 0, а затем два левых разряда заменяются на 10;

б) если сумма цифр в двоичной записи числа нечётная, то к этой записи справа дописывается 1, а затем два левых разряда заменяются на 11.

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа R.

Например, для исходного числа 6 = 1102 результатом является число 10002 = 8, а для исходного числа 4 = 1002 результатом является число 11012 = 13.

Укажите минимальное число N, после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число R, не меньшее, чем 16.

Ответ: 8

1. На вход алгоритма подаётся натуральное девятиразрядное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Вычисляется сумма разрядов десятичной записи числа N.

2. Полученное число переводится в двоичную систему счисления.

3. К записи, полученной на предыдущем этапе, дописываются разряды по следующему правилу:

a. Если количество единиц четное дописывается единица слева и два нуля справа,

b. Если количество единиц нечетное дописывается 10 слева и 1 справа.

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Пример. Дано число N = 123456789. Алгоритм работает следующим образом:

1. Сумма разрядов равна 45.

1. Двоичная запись числа 45 = 1011012.

2. Число единиц четное, следовательно, получаем 1+101101+00.

3. На экран выводится число 436 = 1101101002.

Сколько существует чисел N таких, что в результате работы автомата будет выведено число 21?

Ответ: 9

**Задание 12. Выполнение алгоритмов для исполнителя**

Задача досрочный вариант 2023

Исполнитель Редактор получает на вход строку начинающуюся на 3 и содержащую далее n пятерок (5), где n > 3.

На выполнение Редактору дана следующая программа:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (25) ИЛИ нашлось (355) ИЛИ нашлось (555)

ЕСЛИ нашлось (25)

ТО заменить (25, 3)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (355)

ТО заменить (355, 52)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (555)

ТО заменить (555, 23)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Найдите минимальное значение n, при котором сумма цифр конечной строки будет равна 27.

for n in range (4, 100):

s = '3' + n \* '5'

while '25' in s or '355' in s or '555' in s:

if '25' in s:

s = s.replace('25', '3', 1)

if '355' in s:

s = s.replace('355', '52', 1)

if '555' in s:

s = s.replace('555', '23', 1)

if (s.count('2')\*2 + s.count('3')\*3 + s.count('5')\*5) == 27:

print(n)

break

Ответ: 16

Задача 1.

Дана программа для редактора:

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (25) ИЛИ **нашлось** (355) ИЛИ **нашлось** (555)

ЕСЛИ **нашлось** (25)

ТО **заменить** (25, 32)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ **нашлось** (355)

ТО **заменить** (355, 25)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ **нашлось** (555)

ТО **заменить** (555, 3)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

На вход приведённой выше программе поступает строка, начинающаяся с цифры 3, а затем *n* подряд идущих цифр 5 (*n* > 3).

Определите **наименьшее** значение *n*, при котором сумма числовых значений цифр строки, получившейся в результате выполнения программы, равна 17.

Ответ: 26

Задача 2.

Дана программа для Редактора:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (25) ИЛИ нашлось (355) ИЛИ нашлось (555)

ЕСЛИ нашлось (25)

ТО заменить (25, 5)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (355)

ТО заменить (355, 52)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (555)

ТО заменить (555, 3)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

На вход приведённой выше программе поступает строка, начинающаяся с цифры «2», а затем содержащая *n* цифр «5» (*n* > 3).

Определите **наименьшее** значение *n*, при котором сумма цифр в строке, получившейся в результате выполнения программы, равна 17.

Ответ: 29

Задача ДЕМО 2023

Дана программа для Редактора:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (>1) ИЛИ нашлось (>2) ИЛИ нашлось (>0)

ЕСЛИ нашлось (>1)

ТО заменить (>1, 22>)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (>2)

ТО заменить (>2, 2>)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (>0)

ТО заменить (>0, 1>)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

На вход приведённой выше программе поступает строка, начинающаяся с символа «>», а затем содержащая 39 цифр «0», *n* цифр «1» и 39 цифр «2», расположенных в произвольном порядке.

Определите **наименьшее** значение *n*, при котором сумма числовых значений цифр строки, получившейся в результате выполнения программы, является простым числом.

**def prost(a):**

**for d in range(2, a):**

**if a % d == 0:**

**return False**

**return True**

**for n in range (50):**

**s = '>' + 39 \* '0' + n \* '1' + 39 \* '2'**

**while '>1' in s or '>2' in s or '>0' in s:**

**if '>1' in s:**

**s = s.replace('>1', '22>', 1)**

**if '>2' in s:**

**s = s.replace('>2', '2>', 1)**

**if '>0' in s:**

**s = s.replace('>0', '1>', 1)**

**summa = sum([int(i) for i in s if i != '>'])**

**if prost(summa):**

**print(n)**

**break**

Ответ: 5

**Задание 14. Позиционные системы счисления**

**Пример 1.** Значение арифметического выражения: 497 + 721 – 7 – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

**x = 49\*\* 7+ 7\*\*21 - 7**

**k = 0**

**while x:**

**if x % 7 == 6: k += 1**

**x //= 7**

**print(k)**

**Ответ: 13.**

**Пример 2.** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15. **123x515 + 1x23315**

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 14.

Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**for x in range (15):**

**a = 1\*15\*\*4 + 2\*15\*\*3 + 3\*15\*\*2 + x\*15 + 5**

**b = 1\*15\*\*4 + x\*15\*\*3 + 2\*15\*\*2 + 3\*15 + 3**

**if (a+b) %14 == 0:**

**print( (a+b) // 14 )**

**break**

**Задачи:**

1. Значение выражения 6203 + 5∙6405 – 3∙6144 + 77 записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?

Ответ: 60

1. Значение выражения 7103 + 20∙7204 – 3∙757 + 97 записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

Ответ: 48

1. Значение выражения (5300 · 15100) – (2550 + 125100) записали в системе счисления с основанием 5. Запишите в ответ сумму всех цифр пятеричной записи числа, исключая четверки.

Ответ: 83

1. Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 17:

9759x₁₇ + 3x108₁₇

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 17-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Ответ: 95306

1. Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 18:

9009x₁₈ + 2257x₁₈

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 18-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 15. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 15 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Ответ: 77888

Задание 17. **Обработка последовательности чисел**

Пусть необходимо перебрать все целые числа на отрезке [a; b] и подсчитать, для скольких из них выполняется некоторое условие; общая структура цикла перебора записывается так (Python):

**count = 0**

**for n in range(a, b+1):**

**if *условиевыполнено*:**

**count += 1**

**print( count )**

* проверить делимость числа *n* на число *d* можно с помощью операции взятия остатка от деления *n* на *d*: если остаток равен 0, число *n* делится на *d* нацело
* проверка на языке Python выглядит так:

**if n % d == 0:**

**print("Делится")**

**else: print("Не делится")**

**Пример 1.** *Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1016; 7937], которые делятся на 3 и не делятся на 7, 17, 19, 27. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем максимальное число.*

1. полная программа на языке Python:

**count = 0**

**maxGood = 0**

**for n in range(1016, 7937+1):**

**if (n % 3 == 0) and (n % 7 != 0) and \**

**(n % 17 != 0) and (n % 19 != 0) and (n % 27 != 0):**

**maxGood = n**

**count += 1**

**print(count, maxGood)**

1. ещё один вариант программы (с функцией):

**def isGood(n):**

**return (n % 3 == 0) and (n % 7 != 0) and \**

**(n % 17 != 0) and (n % 19 != 0) and (n % 27 != 0)**

**count = 0**

**maxGood = 0**

**for n in range(1016, 7937+1):**

**if isGood(n):**

**maxGood = n**

**count += 1**

**print(count, maxGood)**

**Пример 2.** *В файле 17-3.txt содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество троек элементов последовательности, в которых числа расположены в порядке возрастания, затем минимальную из разностей наибольшего и наименьшего элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.*

**f=open ('17-3.txt')**

**count = 0**

**rz = 20000**

**n1=int(f.readline())**

**n2=int(f.readline())**

**for s in f.readline():**

**n3=int (s)**

**if n1 < n2 < n3:**

**count += 1**

**mx = max (n1, n2, n3)**

**mn = min (n1, n2, n3)**

**rz = min (rz, mx-mn)**

**n1 = n2**

**n2 = n3**

**print(count, rz)**